

Отображение Бернулли с "дыркой" и седло-узловой сценарий рождения гиперболического аттрактора Смейла-Вильямса

Сатаев И.Р., Исаева О.Б.

СФИРЭ РАН, Саратов

Седло-узловой сценарий рождения/разрушения соленоида Смейла-Вильямса в динамической системе при вариации ее параметров предполагает ситуацию, когда вначале гиперболический хаотический аттрактор сосуществует с другим аттрактором (возможно, бесконечно удаленным), и разрушение его происходит в результате столкновения/слияния с седловым хаотическим множеством, лежащим на общей границе их бассейнов притяжения [1,2]. Если же рассматривать этот сценарий при движении по управляющему параметру с обратной стороны, то есть с той стороны, где аттрактор еще не существует, то мы будем наблюдать постепенное одновременное рождение двух хаотических множеств, которые, в конце концов, превращаются в гиперболический аттрактор и хаотическое седло. Таким образом, эта бифуркация носит затянутый характер и занимает некоторый интервал по управляющему параметру. Какие траектории возникают первыми, в какой момент практически из ничего возникает первое нетривиальное хаотическое множество траекторий, какие траектории завершают процесс формирования хаотического аттрактора Π на эти вопросы нужно ответить, чтобы выявить закономерности, управляющие этим порядком. Исследование полноразмерных систем затрудняется тем обстоятельством, что приходится иметь дело с сильно неустойчивыми циклами. Важную роль играют здесь простые низкоразмерные модели, которые допускают глубокую математическую проработку.

В данной работе для описания процесса возникновения соленоида Смейла-Вильямса предлагается использовать одномерное отображение Бернулли с запрещенной зоной или дыркой. Отображение это достаточно хорошо изучено, что позволяет воспользоваться результатами этих исследований для выявления особенностей седло-узлового сценария [3-5].

В таком отображении нетривиальное хаотическое множество (с ненулевой размерностью Хаусдорфа) возникает в общем случае в результате каскада бифуркаций добавления периода, характеризующегося геометрическим скейлингом как в фазовом пространстве, так и в пространстве параметров. Численный анализ поведения моделей, демонстрирующих седло-узловой сценарий рождения хаотического аттрактора, показывает, что качественно эти закономерности сохраняются при переходе к многомерным системам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект No 17-12-01008.

1. Isaeva O.B., Kuznetsov S.P., Sataev I.R. *CHAOS* **22**(4) (2012) 043111
2. Исаева О.Б., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р., Пиковский А. *Нелинейная динамика* **9**(2) (2013) 267
3. Glendinning P. and Sidorov N. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, **35**(4) (2015) 1208-1228
4. Sidorov N. *Acta Mathematica Hungarica*, **143**(2) (2014) 298-312
5. Hare K.G. Sidorov N. *Monatshefte fur Mathematik*, **175**(3) (2014) 347-365